الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية البيض

موضوع حصة الدعـــم — المـــــدة: 03 ساعات

التمرين الأول:(04 نقاط)

يراد عشوائيا تشكيل لجنة قسم تضم رئيسا و نائبا له من بين 4 أولاد و 5 بنات.

1. أحسب احتمال الأحداث التالية:

A: " اللجنة تضم ولدا و بنتا" B: " الرئيس ولد" C: " النائب بنت" D:"الرئيس ولد و النائب بنت"

2. أ- أحسب احتمال الحادثة: F:"النائب بنت علما أن الرئيس ولد"

ب- هل الحادثتان B و C مستقلتان؟

3. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الأولاد المتواجدون في اللجنة

- عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتماله

التمرين الثاني (04ن)

لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة التراجعية: $u_{n+1}=e\sqrt{u_n}$ و $u_0=e^3$.

1. برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n \succ e^2$.
2. أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) . هل هي متقاربة؟
3. نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=\ln(u_n)-2$.

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم عبارة u_n بدلالة n .

ج- ماهي نهاية كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n) .

4. أحسب بدلالة n الجداء P_n حيث: $P_n=u_0\times u_1\times\ldots\times u_n$

التمرين الثالث (06ن):

I. لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بالعبارة: $g(x)=\dfrac{-x^2+x+1}{x-1}$.

1. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.
2. أ- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين α و β حيث: $-1\prec\alpha\prec 0$ $1\prec\beta\prec 2$.

ب- استنتج اشارة $g(x)$ حسب كل قيم x من $\mathbb{R}-\{1\}$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$ كمايلي: $f(x)=x-1+\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i};\vec{j})$.

1. أ- أحسب $\lim_{x\to 0} f(x)$ ، $\lim_{x\to 1} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا.

ب- أحسب $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to +\infty} f(x)$

2. أ- بين أنه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$ فإن : $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{x}$

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. أ- بين ان المستقيم $(\Delta): y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) .

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .

4. أنشئ (C_f) و (Δ) (نأخذ $f(\alpha)\approx -1.58$ ، $f(\beta)\approx 2.58$).

5. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $f(x)=x-m$

التمرين الرابع(06ن):

I. g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=(2x+1)e^x-1$.

1. ادرس تغيرات الدالة g ،ثم شكل جدول تغيراتها

2. احسب $g(0)$ ،ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x(e^x-1)^2$ ، (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$

1. احسب $\lim_{x\to -\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to +\infty} f(x)$

2. بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ مقارب للمنحنى (C_f) عند $-\infty$ ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

3. **أ.** بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=(e^x-1)g(x)$

ب. استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4. اكتب معادلة لـ(T) مماس (C_f)المار من مبدأ المعلم

5. أنشئ (Δ) ،(T) والمنحنى (C_f)

6. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=mx$

7. **أ.** بيّن أن: $H:x\mapsto 2(x-1)e^x+\frac{1}{4}(1-2x)e^{2x}$ دالة أصلية للدلة $h:x\mapsto x-f(x)$ على $\mathbb{R}$

ب. احسب $\int_0^{\ln 2} h(x)dx$ ،ثم فسر النتيجة هندسيا

8. k الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ : $k(x)=f\left(\dfrac{1}{x}\right)$

-دون حساب عبارة $k(x)$ حدّد اتجاه تغيّر الدالة k على مجموعة تعريفها

تصحيح موضوع حصة الدعم

التمرين الأول:

1. حساب احتمال الأحداث:

عدد الحالات الممكنة: $A_9^2=72$

$$P(A)=\frac{2A_4^1\times A_5^1}{72}=\frac{40}{72}$$

$$P(B)=\frac{A_4^1\times A_8^1}{72}=\frac{32}{72}$$

$$P(C)=\frac{A_8^1\times A_5^1}{72}=\frac{40}{72}$$

$$P(D)=\frac{A_4^1\times A_5^1}{72}=\frac{20}{72}$$

2. أ- $P(F)=P_B(C)=\dfrac{P(B\cap C)}{P(B)}$

$$P(B\cap C)=P(D)=\frac{20}{72}$$

ومنه: $P(F)=\dfrac{\frac{20}{72}}{\frac{32}{72}}=\dfrac{20}{32}$

ب- الحادثتان B و C غير مستقلتان لأن:

لدينا: $\begin{cases} P(B\cap C)=\dfrac{20}{72} \\ P(B)\times P(C)=\dfrac{32}{72}\times\dfrac{40}{72}=\dfrac{20}{81}\end{cases}$ ومنه:

$$P(B\cap C)\neq P(B)\times P(C)$$

3. قيم المتغير العشوائي X:

$$X=\{0,1,2\}$$

$$P(X=0)=\frac{A_5^2}{72}=\frac{20}{72}$$

$$P(X=1)=P(A)=\frac{40}{72}$$

$$P(X=2)=\frac{A_4^2}{72}=\frac{12}{72}$$

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{20}{72}$	$\frac{40}{72}$	$\frac{12}{72}$

التمرين الثاني:

$u_{n+1}=e\sqrt{u_n}$ و $u_0=e^3$.

2. برهان أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n\succ e^2$.

لدينا: $u_0=e^3\succ e^2$ ومنه الخاصية محققة من اجل $n=0$

نفرض أن الخاصية صحيحة من أجل عدد طبيعي n أي: $u_n\succ e^2$

ونثبت صحتها من اجل العدد $(n+1)$ أي: $u_{n+1}\succ e^2$

لدينا: $u_n\succ e^2$ ومنه: $\sqrt{u_n}\succ\sqrt{e^2}$ ومنه: $\sqrt{u_n}\succ e$

ومنه: $e\sqrt{u_n}\succ e^2$ ومنه $u_{n+1}\succ e^2$

ومنه الخاصية صحيحة من اجل $(n+1)$ إذا حسب مبدأ الاستدلال بالتراجع هي صحيحة من اجل n : $\boxed{u_n\succ e^2}$

3. دراسة اتجاه تغير المتتالية (u_n) . هل هي متقاربة؟

$$u_{n+1}-u_n=e\sqrt{u_n}-u_n$$
$$=\frac{\left(e\sqrt{u_n}-u_n\right)\left(e\sqrt{u_n}+u_n\right)}{e\sqrt{u_n}+u_n}$$
$$=\frac{e^2u_n-u_n^2}{e\sqrt{u_n}+u_n}=\frac{u_n(e^2-u_n)}{e\sqrt{u_n}+u_n}$$

لدينا: $u_n\succ e^2$ ومنه: $e^2-u_n\prec 0$

إذا: $u_{n+1}-u_n\prec 0$ وعليه (u_n) متناقصة

- (u_n) متناقصة ومحدودة من الأسفل بالعدد e^2 إذا هي متقاربة نحو العدد l

III. 3. أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

$$v_{n+1}=\ln\left(u_{n+1}\right)-2$$
$$=\ln\left(e\sqrt{u_n}\right)-2$$
$$=\ln e+\ln\left(u_n\right)^{\frac{1}{2}}-2$$
$$=-1+\frac{1}{2}\ln u_n=\frac{1}{2}\left(-2+\ln u_n\right)=\frac{1}{2}v_n$$

ومنه: (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ وحدها الأول:

$$v_0 = \ln u_0 - 2 = 1$$

ب- كتابة عبارة v_n بدلالة n ثم عبارة u_n بدلالة n .

$$v_n = v_0 \times q^n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

لدينا: $v_n = \ln u_n - 2$ ومنه: $v_n + 2 = \ln u_n$

ومنه: $u_n = e^{v_n + 2} = e^{\left(\frac{1}{2}\right)^n + 2}$

ج- نهاية كل من المتتاليتين (u_n) و (v_n) .

$$\lim_{x\to+\infty} v_n = \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 0$$

$$\lim_{x\to+\infty} u_n = \lim_{x\to+\infty} e^{\left(\frac{1}{2}\right)^n + 2} = e^2$$

1. أحسب بدلالة n الجداء P_n حيث:

$$\begin{aligned} P_n &= u_0 \times u_1 \times \ldots \times u_n \\ &= e^{v_0+2} \times e^{v_1+2} \times \ldots \times e^{v_n+2} \\ &= e^{v_0} \times e^2 \times e^{v_1} \times e^2 \times \ldots \times e^{v_n} \times e^2 \\ &= e^{v_0+v_1+\ldots+v_n} \times \left(e^2\right)^{n+1} \\ &= e^{\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}}} \times e^{2(n+1)} \\ &= e^{2\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right]+2(n+1)} \end{aligned}$$

التمرين الثالث:

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}-\{1\}$ بالعبارة:

$$g(x) = \frac{-x^2+x+1}{x-1}.$$

1. دراسة تغيرات الدالة g

$$\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{-x^2}{x} = \lim_{x\to-\infty} (-x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{-x^2}{x} = \lim_{x\to+\infty} (-x) = -\infty$$

$$\lim_{x \overset{>}{\to} 1} g(x) = +\infty \quad ، \quad \lim_{x \overset{<}{\to} 1} g(x) = -\infty$$

الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}-\{1\}$ ودالتها المشتقة:

$$g'(x) = \frac{-x^2+2x-2}{(x-1)^2}$$

$g'(x) = 0$ معناه: $-x^2+2x-2 = 0$

$\Delta = -8 \prec 0$ ومنه $g'(x) \prec 0$ إذا الدالة g متناقصة تماما على مجالي تعريفها

جدول تغيرات الدالة g

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	||	$-$
$g(x)$	$+\infty \searrow -\infty$	||	$+\infty \searrow -\infty$

2.أ- تبيين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلين α و β حيث: $-1 \prec \alpha \prec 0$ $1 \prec \beta \prec 2$.

- الدالة g مستمرة ورتيبة على المجال $[-1,0]$ و :

$g(0) = -1$ ، $g(-1) = \frac{1}{2}$ و $g(0) \times g\left(\frac{-1}{2}\right) \prec 0$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا α حيث: $-1 \prec \alpha \prec 0$

- الدالة g مستمرة ورتيبة على المجال $]1,2]$ و:

$g(2) = -1$ $\lim_{x \overset{>}{\to} 1} g(x) = +\infty$ و $0 \in [-1,+\infty[$

ومنه حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا β حيث: $1 \prec \beta \prec 2$

ب- استنتاج اشارة $g(x)$ حسب كل قيم x من $\mathbb{R}-\{1\}$

x	$-\infty$	α		1		β		$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$	||	$+$	0	$-$	

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$ كمايلي: $f(x) = x - 1 + \ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$

1. أ-حساب النهايتين وتفسير النتيجة هندسيا:

$$\lim_{x\to1} f(x) = +\infty \quad ، \quad \lim_{x\to0} f(x) = -\infty$$

ومنه المنحنى (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين عموديين معادلة كل منهما: $x = 0$ ، $x = 1$

ب- حساب النهايتين:

- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ لأن: $\lim\limits_{x\to-\infty}(x-1)=-\infty$ و

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{x}=\lim\limits_{x\to-\infty}1=1 \\ \lim\limits_{x\to1}\ln x=0 \end{cases}$$

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-1)=+\infty$ و

$$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}1=1 \\ \lim\limits_{x\to1}\ln x=0 \end{cases}$$

2. أ- تبيين أنه من اجل كل عدد حقيقي x من $]-\infty,0[\cup]1,+\infty[$ فإن : $f'(x)=-\dfrac{g(x)}{x}$

الدالة f قابلة للاشتقاق على مجالي تعريفها و :

$$f'(x)=1+\frac{1(x-1)-1\times x}{(x-1)^2}\times\frac{x-1}{x}$$

$$=1-\frac{1}{(x-1)^2}\times\frac{x-1}{x}$$

$$=1-\frac{1}{x(x-1)}$$

$$=\frac{x^2-x-1}{x(x-1)}=-\frac{1}{x}\left(\frac{-x^2+x+1}{x-1}\right)=-\frac{g(x)}{x}$$

ب- دراسة اتجاه تغير الدالة f

إشارة $f'(x)$ من إشارة $\dfrac{-g(x)}{x}$

x	$-\infty$		α		0		1		β		$+\infty$
$-g(x)$		$-$	0	$+$	|	$+$	||	$-$	0	$+$	
x		$-$	|	$-$	0	$+$	||	$+$	|	$+$	
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	//////	||	$-$	0	$+$	

ومنه الدالة f متزايدة على المجالين $]-\infty,\alpha]$ و $[\beta,+\infty[$

ومتناقصة على المجالين $[\alpha,0[$ و $]1,\beta]$

جدول التغيرات الدالة f

x	$-\infty$		α		0		1		β		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	||	//////	||	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(\alpha)$	$\searrow$	||	//////	|| $+\infty$	$\searrow$	$f(\beta)$	$\nearrow$	$+\infty$

3.أ- تبيين ان المستقيم (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_f)

$$\lim_{|x|\to\infty}[f(x)-y]=\lim_{|x|\to\infty}\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)=0$$

ومنه (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_f)

ب- دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ) .

$$f(x)-y=\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$$

$\ln\left(\dfrac{x}{x-1}\right)=0$ ومنه: $\dfrac{x}{x-1}=1$ ومنه: $\dfrac{1}{x-1}=0$

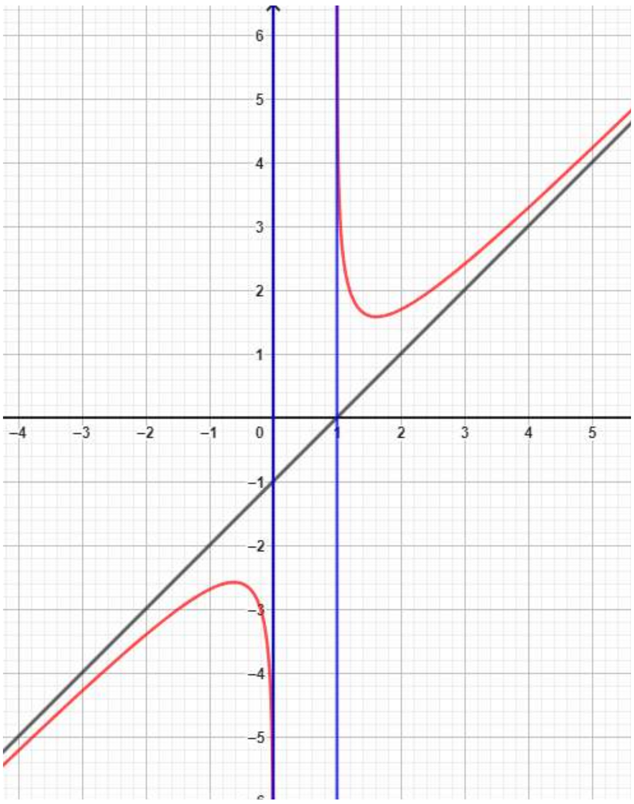
المعادلة لا تقبل حلول إذا لا توجد نقط تقاطع ومنه

إشارة الفرق من إشارة $x-1$ إذا:

(C_f) تحت (Δ) على المجال $]-\infty,0[$

(C_f) فوق (Δ) على المجال $]1,+\infty[$

4. الانشاء



5.المناقشة البيانية (مائلة)

حلول المعادلة $f(x)=x-m$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم (Δ_m) ذا المعادلة $y=x-m$

ومنه:

$-m\in]-\infty,-1[$ أي: $m\in]1,+\infty[$ المعادلة تقبل حل وحيد سالب.

$-m=-1$ أي $m=1$ المعادلة ليس لها حل

$-m\in]1,+\infty[$ أي $m\in]-\infty,-1[$ المعادلة لها حل وحيد موجب

التمرين الرابع:

I. $g(x)=(2x+1)e^x-1$ ، $D_g=\mathbb{R}$

1. دراسة تغيرات الدالة g

$$\lim_{x\to-\infty} g(x)=\lim_{x\to-\infty}(2x+1)e^x-1=\lim_{x\to-\infty}2xe^x+e^x-1=-1$$

$$\lim_{x\to-\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty}(2x+1)e^x-1=+\infty$$

حساب المشتقة:

الدالة g قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة:

$$g'(x)=2e^x+(2x+1)e^x=(2x+3)e^x$$

إشارة $g'(x)$ من إشارة $(2x+3)$

$2x+3=0$ تكافئ: $x=-\frac{3}{2}$

ومنه جدول تغيرات الدالة g هو:

x	$-\infty$		$-3/2$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	-1	$\searrow$	$g(-3/2)$	$\nearrow$	$+\infty$

2. احسب $g(0)$، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

$$g(x)=(2\times0+1)e^0-1=0$$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

II. $f(x)=x(e^x-1)^2$ ، $D_f=\mathbb{R}$

1. حساب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}x(e^x-1)^2=-\infty$$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}x(e^x-1)^2=+\infty$$

ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ)

تكافئ: $[f(x)-y]=[xe^x(e^x-2)]=0$

أو $\begin{cases}xe^x=0\\ e^x-2=0\end{cases}$ ومنه: أو $\begin{cases}x=0\\ e^x=2\end{cases}$ ومنه: $\begin{cases}x=0\\ x=\ln 2\end{cases}$

x	$-\infty$		0		$ln2$		$+\infty$
xe^x		$-$	0	$+$			
e^x-2			$-$		0	$+$	
$f(x)-y$		$+$	0	$-$	0	$+$	
النسبي الوضع		(C_f) فوق (Δ)	تقاطع	(C_f) تحت (Δ)	تقاطع	(C_f) فوق (Δ)	

3أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x :

$$f'(x)=(e^x-1)g(x)$$

$$f'(x)=(e^x-1)^2+2xe^x(e^x-1)$$
$$=(e^x-1)(e^x-1+2xe^x)$$

ومنه: $f'(x)=(e^x-1)(e^x(1+2x)-1)=(e^x-1)g(x)$

ب. إشارة $f'(x)$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	$-$	0	$+$
e^x-1	$-$	0	$+$
$f'(x)$	$+$	0	$+$

جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$ $\nearrow$	0	$\nearrow$ $+\infty$

معادلة لـ(T) مماس (C_f) المار من مبدأ المعلم

لدينا: $(T): y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$

المماس (T) يمر من المبدأ معناه:

$$f'(x_0)(0-x_0)+f(x_0)=0$$

ومنه: $-x_0(e^{x_0}-1)g(x_0)+x_0(e^{x_0}-1)^2=0$

$x_0\left(e^{x_0}-1\right)[-g(x_0)+x_0\left(e^{x_0}-1\right)]=0$

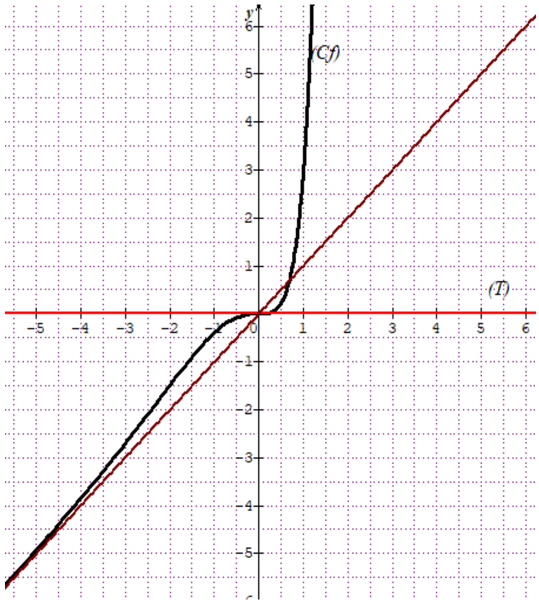
ومنه: $-2x_0^2\left(e^{x_0}-1\right)e^{x_0}=0$

نجد $x_0=0$

اذن معادلة المماس (T) هي $y=f'(0)(x-0)+f(0)$

ومنه $(\mathrm{T}): y=0$

5.التمثيل البياني لـ (Δ)، (T) والمنحنى (C_f)



6. المناقشة البيانية

حلول المعادلة $f(x)=mx$ هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيمات ذات المعادلة $y_m=mx$ إذا:

$m\in]-\infty;0]$ المعادلة تقبل حلا وحيدا

$m\in]0;1[$ المعادلة تقبل ثلاث حلول

$m\in]1;+\infty[$ المعادلة تقبل حلان

7.أ. تبيين أن: H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$

لدينا: $H(x)=2(x-1)e^x+\frac{1}{4}(1-2x)e^{2x}$

ومنه: $H'(x)=2e^x(x-1)+2e^x+\frac{1}{4}\times 2e^{2x}(1-2x)-2\times\frac{1}{4}e^{2x}$

ومنه: $H'(x)=2xe^x-xe^{2x}=x\left(e^x-e^{2x}\right)=x-f(x)$

ب. حساب $\int_0^{\ln 2}h(x)dx$

$$\int_0^{\ln 2}h(x)dx=\int_0^{\ln 2}[x-f(x)]dx$$

$$=\left[\frac{1}{4}e^{2x}(1-2x)+2e^x(x-1)\right]_0^{\ln 2}=\ln 4-\frac{5}{4}$$

تفسير النتيجة هندسيا

قيمة $\int_0^{\ln 2}h(x)dx$ هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات ذات المعادلات $y=x$ و $x=0$ و $x=\ln 2$

8. k الدالة المعرفة على $\mathbb{R}^*$ بـ: $k(x)=f\left(\frac{1}{x}\right)$

- اتجاه تغيّر الدالة k

المشتقة: $k'(x)=-\frac{1}{x^2}f'\left(\frac{1}{x}\right)$

إشارة $k'(x)$

لدينا $-\frac{1}{x^2}\prec 0$

ولدينا: $f'(x)=0$ لما $x=0$

و $f'(x)\succ 0$ لما $x\succ 0$ أو $x\prec 0$

وعليه: $f'\left(\frac{1}{x}\right)=0$ لما $\frac{1}{x}=0$ وهذا مستحيل

و $f'\left(\frac{1}{x}\right)\succ 0$ لما $\frac{1}{x}\prec 0$ أو $\frac{1}{x}\succ 0$

أي لما $x\succ 0$ أو $x\prec 0$

اذن الدالة k متناقصة على كل من المجالين $]-\infty;0[$ و $]0;+\infty[$